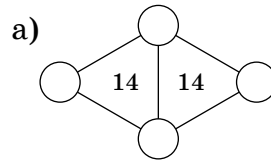
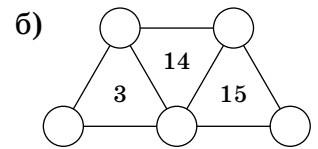


III Математический праздник в Математической вертикали
27 февраля 2022 г. • 7 класс

1. На рисунке изображены два кодовых замка. Замок откроется, если вписать в кружочки различные цифры так, чтобы число внутри каждого из треугольников совпало или с суммой, или с произведением цифр в его вершинах. Какая комбинация из а) четырёх б) пяти различных цифр откроет замок?



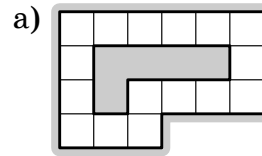
[1 балл]



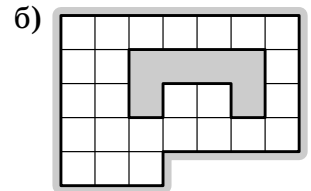
[3 балла]

В ответе для каждого из замков впишите в кружочки цифры, которые его откроют.

2. Дана бумажная клетчатая фигура с дыркой (см. рисунок). Покажите, как разрезать эту фигуру на две части таким образом, чтобы из этих частей можно было сложить квадрат. Части можно поворачивать и переворачивать, но нельзя накладывать друг на друга. Каждый пункт решается отдельно.



[2 балла]



[2 балла]

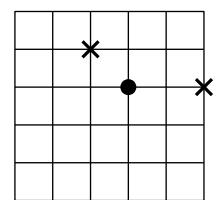
Для каждого пункта в ответ перерисуйте исходную фигуру, указав линии разреза, а также отдельно нарисуйте, как из этих частей сложить квадрат.

3. Доктор Айболит хочет навестить и корову, и волчицу, и жучка, и червячка. Все четверо живут вдоль одной прямой дороги. Орлы готовы утром доставить Айболита к первому пациенту, а вечером забрать от последнего, но три промежуточных перехода ему придётся сделать пешком. Если Айболит начнёт с коровы, то длина его кратчайшего маршрута составит 6 км, если с волчицы — 7 км, а если с жучка — 8 км.

Нарисуйте, как могли располагаться домики коровы, волчицы, жучка и червячка (достаточно одного примера расположения; не забудьте указать расстояния между домиками). [4 балла]

4. На быстрой зарядке телефон полностью заряжается за 1 час 20 минут, а на обычной — за 4 часа. Федя поставил полностью разряженный телефон сначала на обычную зарядку, а потом, когда нашёл нужный блок, переставил на быструю до окончания зарядки. Найдите общее время зарядки телефона, если известно, что на быстрой зарядке телефон находился одну треть от общего времени зарядки. Считайте, что и при быстрой, и при обычной зарядке телефон заряжается равномерно. [6 баллов]

5. Лабиринт для мышей (см. рисунок) представляет собой квадрат 5×5 метров, мыши могут бегать только по дорожкам. На двух перекрёстках положили по одинаковому куску сыра (обозначены крестиками). На другом перекрёстке сидит мышка (обозначена кружочком). Она чует, где сыр, но до обоих кусочков ей нужно пробежать одинаковое расстояние. Поэтому она не знает, какой кусочек выбрать, и задумчиво сидит на месте.



а) Отметьте ещё один перекрёсток, где могла бы задумчиво сидеть мышка (расстояние по дорожкам до обоих кусочков сыра одинаковое). [1 балл]

б) Найдите все 6 перекрёстков, где могла бы сидеть такая мышка (включая найденные ранее). [2 балла]

в) Придумайте, на какие два перекрёстка можно переложить куски сыра так, чтобы подходящих мест для задумчивой мышки оказалось как можно больше. [до 5 баллов]

Обозначьте сыр крестиками, а перекрёстки, от которых расстояние по дорожкам до обоих кусочков сыра одинаковое, — кружочками.

6. На сторонах AB и BC квадрата $ABCD$ со стороной, равной 10, отмечены точки K и L соответственно так, что $AK = CL = 3$. На отрезке KL выбрали точку P , а на продолжении отрезка AB за точку B выбрали точку Q так, что $AP = PQ = QL$ (см. рис.).

а) Докажите, что $\angle PAB = \angle BLQ$. [4 балла]

б) Найдите длину отрезка BQ . [4 балла]

При решении п. б) можно пользоваться утверждением п. а).

